

УРОК 5

Тема. Описане і вписане кола трикутника. Взаємне розміщення двох кіл

Сьогодні ви повинні ознайомитися з означенням кола, вписаного в трикутник, і кола, описаного навколо трикутника; розглянути властивості вершин трикутника, вписаного в коло, і властивості сторін трикутника, описаного навколо кола; виробити вміння відтворювати вивчені означення і знаходити на рисунку коло, вписане в трикутник, і коло, описане навколо трикутника.

Перевірка домашнього завдання.

№580 – 1) 16мм, 2) 76 см;

№582 – 1) 10 см, 2) 2,8 дм;

№588 – 1,2,3,4 – може, 5 – не може;

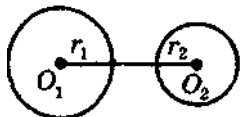
№612 – 1) 38° , 2) 38° ;

№616 – 106° .

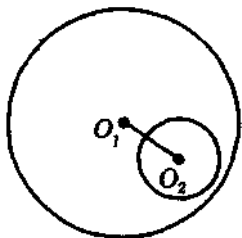
Взаємне розміщення двох кіл

Нехай $O_1O_2 = d$ — відстань між центрами кіл; r_1 і r_2 — радіуси кіл ($r_1 > r_2$)

Спільних точок немає

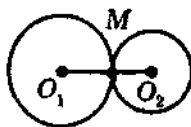


$$d > r_1 + r_2$$

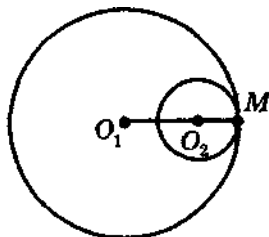


$$0 < d < r_1 - r_2$$

Одна спільна точка (дотик кіл)

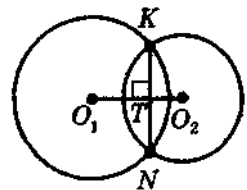


$$d = r_1 + r_2, \text{ зовнішній дотик}$$



$$d = r_1 - r_2, \text{ внутрішній дотик}$$

Дві спільні точки
(перетин кіл)



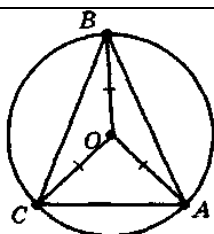
$$r_1 - r_2 < d < r_1 + r_2$$

$$KN \perp O_1O_2,$$

$$KT = TN$$

Коло, описане навколо трикутника, і коло, вписане в трикутник

Описане коло

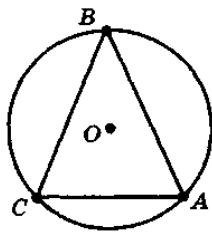


O — центр описаного кола $OA = OB = OC = k$

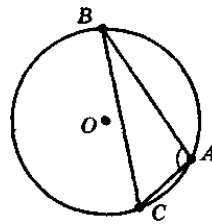
O — точка перетину серединних перпендикулярів до сторін трикутника.

Положення центра описаного кола

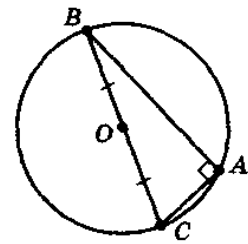
гострокутний трикутник



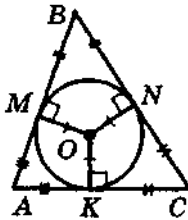
тупокутний трикутник



прямокутний трикутник



Вписане коло



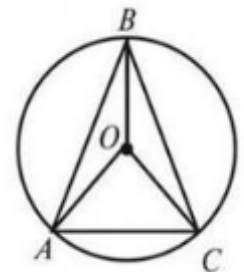
O — центр вписаного кола (точка перетину бісектрис)

$OK = OM = ON = r$ — радіус кола. $OK \perp AC$.

$AM = AK$; $CK = CN$; $BM = BN$ (за властивістю відрізків дотичних).

Письмові вправи

1. Навколо рівнобедреного трикутника ABC ($AB = BC$) описане коло з центром O . 1) Доведіть, що кути AOB і COB рівні. 2) Знайдіть кут AOC , якщо кут ABC дорівнює 40° .



Розв'язання

1) Сторона OB - спільна, $AO = OC = R$ - радіус кола, $AB = BC$ (за умовою трикутник рівнобедрений).

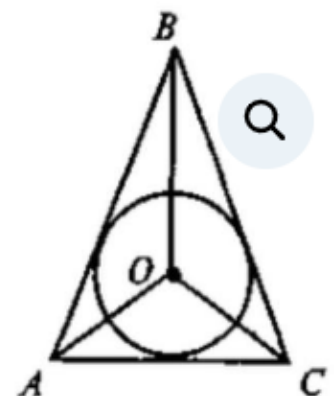
Тоді $\triangle AOB$ і $\triangle OBC$ рівні за 3 сторонами. Отже, $\angle AOB = \angle COB$.

2) $\angle ABC$ - вписаний, спирається на UAC . На цю дугу спирається шуканий кут, центральний $\angle AOC$.

$$\angle AOC = 2\angle ABC = 2 \cdot 40^\circ = 80^\circ.$$

Відповідь: 2) 80° .

2. У рівнобедрений трикутник ABC ($AB = BC$) вписане коло з центром O . Доведіть, що трикутник AOC рівнобедрений. Знайдіть кут ABC , якщо кут AOC дорівнює 100° .



Розв'язання

Центр вписаного кола лежить на перетині бісектрис $\triangle ABC$.

Тоді у $\triangle AOC$ $AO = OC$ - радіуси. Маємо $\triangle AOC$ - рівнобедрений.

Якщо кут при вершині O цього трикутника дорівнює 100° , то кути при основі рівнобедреного трикутника рівні, та дорівнюють $(180-100)/2=40^\circ$ градусів.

AO та CO - бісектриси $\angle CAB$ та $\angle BCA$ $\triangle ABC$.

$$\angle CAB = \angle BCA = 40^\circ \cdot 2 = 80^\circ$$

$$\angle ABC = 180^\circ - (80^\circ + 80^\circ) = 20^\circ$$

Відповідь: 20° .

3. У рівнобедреному трикутнику ABC з основою AC вписане коло дотикається сторін AB , BC і AC трикутника в точках D , E і F відповідно. Знайдіть периметр ABC , якщо $AF = 5$ см, $BD = 6$ см.

Розв'язання

OF - радіус вписаного кола, тоді $OF \perp AC$.

$BF \perp AC$ — висота, проведена до основи рівнобедреного $\triangle ABC$, тоді BF — медіана, $AF = FC = 5$ см

$$AC = AF + FC;$$

$$AC = 5 + 5 = 10 \text{ см.}$$

$AF = AD = 5$ см — як відрізки дотичних, проведених з т. A до кола

$$BD = DF = 6 \text{ см}$$

$CF = CE = 5$ см - як відрізки дотичних, проведених з точок B і C до кола

$$AB = AD + DB$$

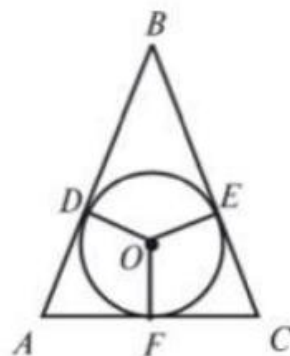
$$AB = 5 + 6 = 11 \text{ см}$$

$AB = BC = 11$ см ($\triangle ABC$ - рівнобедрений).

$$P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC;$$

$$P_{\triangle ABC} = 11 + 11 + 10 = 32 \text{ см}$$

Відповідь: 32 см.



4. Дано трикутник і коло. Визначте, чи є дане коло описаним навколо трикутника або вписаним в трикутник, якщо:

- а) центр кола рівновіддалений від усіх сторін трикутника; (вписане коло)
- б) центр кола рівновіддалений від усіх вершин трикутника; (описане коло)
- в) усі сторони трикутника — хорди кола; (описане коло)
- г) усі сторони трикутника дотикаються до кола. (вписане коло)

Домашнє завдання §23 № 624, № 626, §24 №641, §25 № 662, № 666.